



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR  
Departamento de Matemáticas  
Puras y Aplicadas  
Abril-Julio 2007

Nombre: \_\_\_\_\_

Carnet: \_\_\_\_\_ Sección: \_\_\_\_\_

### Segundo Parcial de Matemáticas VI 7:30 am

1. (12 ptos.) Considere la función  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  definida por:

$$f(z) = \begin{cases} \frac{(\bar{z})^3}{|z|^2} & \text{si } z \neq 0 \\ 0 & \text{si } z = 0 \end{cases}$$

- a) Diga si  $f$  satisface las ecuaciones de Cauchy-Riemann en  $z = 0$   
b) Diga si  $f$  es analítica en  $z = 0$

2. (13 ptos.) Calcule:

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5 + \cos(\theta)}$$

3. (13 ptos.) Halle:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin(2x)dx}{x(x^2 + 1)}$$

Observe que  $x = 0$  no es una singularidad del integrando.

4. (12 ptos.) Desarrolle la serie de Taylor de  $f(z) = \frac{1}{(1+z)^2}$  alrededor de  $z_0 = i$  y determine su radio de convergencia.

**¡Justifique todas sus respuestas!**